

# CONCOURS

## Mines-Télécom

---

*Epreuves Spécifiques*

### Mathématiques

Exemple type de questions pouvant être posées aux épreuves spécifiques du concours Mines-Telecom.

#### Planche MP/PSI

*20 min de préparation, 18 min de présentation.  
Documents et calculatrice interdits. Le barème est indicatif.  
Le candidat traitera les deux parties dans l'ordre de son choix.*

##### Partie 1 (13 pts)

On définit  $f$  sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  par  $f(M) = M + \text{Tr}(M)I_n$ .

1. Justifier que l'on définit ainsi un endomorphisme de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ .
2. Déterminer le noyau et le rang de  $f$ .
3. Déterminer un polynôme annulateur de degré 2 de  $f$ .
4. L'endomorphisme  $f$  est-il diagonalisable ? inversible ? si oui donner  $f^{-1}$ .

##### Partie 2 (7 pts)

1. Démontrer que si  $\sum f_n$  converge normalement sur  $I$ , alors  $\sum f_n$  converge uniformément sur  $I$ .
2. Soit  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  la suite de fonctions définies par :

$$f_n(x) = \frac{(-1)^n}{x^2 + n^{3/4}}$$

Étudier la convergence normale et uniforme de la série de fonctions  $\sum f_n$  sur  $\mathbb{R}$ .