

Concours Mines-Télécom - G4

Oral de mathématiques

Planche TSI

*20 min de préparation, 18 min de présentation.
Documents et calculatrice interdits. Le barème est indicatif.
Le candidat traitera les deux parties dans l'ordre de son choix.*

Partie 1 (15 pts)

On définit f sur $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ par $f(M) = M + \text{Tr}(M)I_2$.

1. Justifier que l'on définit ainsi un endomorphisme de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
2. Déterminer la matrice A de f dans la base canonique de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
3. Justifier que A est diagonalisable dans $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$.
4. Quel est le rang de $A - I_4$?
5. Diagonaliser A . Préciser les vecteurs propres de f .

Partie 2 (5 pts)

1. Rappeler le développement en série entière de $\sin x$. Démontrer ce résultat.
2. Développer en série entière $\sin(2x^2)$.